2^a LISTA DE ÓPTICA QUÂNTICA I

(2015-2)

1-) As equações de evolução dos campos interagentes em um processo de mistura de três ondas em um meio não linear com perdas são:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_1}{\partial z} &= -\alpha_1 A_1 + i\frac{\chi\omega_1}{2n_1 c} A_3 A_2^* \, e^{-i\Delta k z} \ , \\
\frac{\partial A_2}{\partial z} &= -\alpha_2 A_2 + i\frac{\chi\omega_2}{2n_2 c} A_3 A_1^* \, e^{-i\Delta k z} \ , \\
\frac{\partial A_3}{\partial z} &= -\alpha_3 A_3 + i\frac{\chi\omega_3}{2n_3 c} A_1 A_2 \, e^{i\Delta k z} \ .
\end{aligned}$$

a-) Obtenha as relações de Manley-Rowe, válidas na **ausência de perdas** ($\alpha_j = 0$), e mostre que as quantidades

$$\begin{aligned}
I &= I_1 + I_2 + I_3 \\
M_1 &= \frac{I_2}{\omega_2} + \frac{I_3}{\omega_3} \\
M_2 &= \frac{I_1}{\omega_1} + \frac{I_3}{\omega_3} \\
M_3 &= \frac{I_1}{\omega_1} - \frac{I_2}{\omega_2}
\end{aligned}$$

se conservam.

b-) Encontre dI/dz e em um meio COM perdas iguais, isto é, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$.

c-) Defina as amplitudes normalizadas $B_1 = \sqrt{n_1/\omega_1}\, A_1$, $B_2 = -i\sqrt{n_2/\omega_2}\, A_2$ e $B_3 = \sqrt{n_3/\omega_3}\, e^{-i\Delta k\, z}\, A_3$, e escreva as equações de evolução para estas amplitudes em termos da constante de acoplamento

$$g \equiv \frac{\chi}{2c}\sqrt{\frac{\omega_1\omega_2\omega_3}{n_1 n_2 n_3}} \ .$$

d-) Utilizando um pacote algébrico como o Maple ou o Mathematica, encontre as soluções das equações de evolução e faça os gráficos de $|B_1|^2$, $|B_2|^2$ e $|B_3|^2$ em função de $\tilde{z} = gz$ para:

1. $\alpha_j = \Delta k = 0$,

2. $\alpha_j = 0$ e $\Delta k = g$,

3. $\alpha_j = 0$ e $\Delta k = 10g$,

4. $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.1g$, $\alpha_3 = 10g$ e $\Delta k = 0$,

5. $\alpha_1 = \alpha_2 = 10g$, $\alpha_3 = 0.1g$ e $\Delta k = 0$,

tomando as seguintes condições iniciais: $B_1(0) = B_2(0) = 10$ e $B_3(0) = 0$.

e-) Repita os gráficos do item anterior fazendo agora $B_1(0) = B_2(0) = 0.01$ (apenas teste e comente o caso $B_1(0) = B_2(0) = 0$) e $B_3(0) = 10$. Faça um breve comentário sobre as diferenças encontradas com relação aos gráficos do item anterior.

2-) Escreva as equações de evolução para os campos interagentes em um processo de geração de segundo harmônico. Considere este processo em um cristal não linear de comprimento l, fino o bastante para supormos que o campo do modo fundamental permanece praticamente constante ao longo da propagação. Neste caso, resolva a equação de evolução para o campo do segundo harmônico e encontre sua amplitude na saída do cristal.

Sendo I_j ($j = \omega, 2\omega$) a intensidade no respectivo modo, obtenha a eficiência quântica de conversão (número de fótons gerados no segundo harmônico por fóton incidente no fundamental)

$$\eta \equiv \frac{I_{2\omega}/2\omega}{I_\omega/\omega}$$

em função da susceptibilidade não linear χ, do comprimento l do cristal e do desacordo de fase $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$. Mostre que η é proporcional a I_ω, o que evidencia o caráter não linear do processo. Esboce o gráfico de η em função de Δk.